

Operații cu numere naturale

✓ Un număr de forma $2n$, n număr natural, este număr par.

✓ Un număr de forma $2n + 1$, n număr natural, este număr impar.

✓ Sistemul de numerație pe care-l folosim este cel zecimal (din zece în zece), care este un sistem pozițional, pentru că fiecare cifră are o anumită poziție. Astfel se formează clase de unități, mii, milioane, miliarde etc., iar fiecare clasă cuprinde sute, zeci, unități.

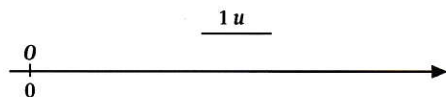
✓ Cu ajutorul celor zece cifre (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) se formează:

► 10 numere naturale de o cifră: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

► 90 de numere naturale de două cifre: 10, 11, ..., 99.

► 900 de numere naturale de trei cifre: 100, 101, ..., 999.

✓ Se numește axa numerelor ansamblul format din: o dreaptă pe care se fixează un punct, numit *origine*, un sens pozitiv, spre dreapta, și o unitate de măsură. Originea axei corespunde numărului 0.



Fiecărui număr îi corespunde un punct pe axa numerelor. Când comparăm două numere, numărul situat pe axă în stânga este mai mic.

✓ A ordona mai multe numere înseamnă a le aranja în ordine crescătoare sau descrescătoare.

✓ Numerele n și $n + 1$, n număr natural, sunt numere consecutive; acestea cresc din 1 în 1.

Numerele $2n$ și $2n + 2$, n număr natural, sunt numere consecutive pare; acestea cresc din 2 în 2.

Numerele $2n + 1$ și $2n + 3$, unde n este număr natural, sunt numere consecutive impare; acestea cresc din 2 în 2.

✓ Pentru un număr natural n , $n \neq 0$, numărul $n - 1$ se numește *predecesor*. Doar numărul 0 nu are predecesor număr natural.

Pentru un număr natural n , numărul $n + 1$ se numește *succesor*. Orice număr natural are un succesor număr natural.

✓ Dacă în locul unui număr punem un număr apropiat de el, spunem că am făcut o aproximare a numărului dat. Putem aproxima un număr prin lipsă sau prin adaos.

✓ Aproximarea prin lipsă până la zeci (sute, mii) a unui număr natural este cel mai mare număr format numai din zeci (sute, mii) mai mic sau egal decât numărul dat.

Aproximarea prin lipsă, de un anumit ordin, a unui număr este numărul obținut prin *neluarea* în considerare a cifrelor situate după ordinul respectiv (adică cifrele din dreapta celui ordin se înlocuiesc cu zerouri).

Aproximarea prin adaos până la zeci (sute, mii) a unui număr natural este cel mai mic număr format numai din zeci (sute, mii) mai mare decât numărul dat.

Aproximarea prin adaos, de un anumit ordin, este numărul obținut prin mărirea cifrei corespunzătoare ordinului respectiv cu o unitate, iar cifrele situate la dreapta celui ordin se înlocuiesc cu zerouri.

✓ Rotunjirea unui număr până la zeci (sute, mii) este aproximarea prin lipsă sau prin adaos mai „apropiată” de numărul respectiv. Dacă ambele aproximări sunt la fel de „apropiate” de număr, atunci se consideră aproximarea prin adaos.

Adunarea și scăderea numerelor naturale

$$\begin{array}{ccc} a + b & = & c \\ \text{termeni} & & \text{sumă sau total} \end{array}$$

✓ $a + b = b + a$, oricare ar fi numerele a și b (adunarea este *comutativă*).

✓ $a + (b + c) = (a + b) + c$, oricare ar fi numerele a , b și c (adunarea este *asociativă*).

✓ 0 este *element neutru* la adunare: $a + 0 = a$, oricare ar fi numărul a .

$$\begin{array}{ccc} a - b & = & c \\ \text{descăzut} & \text{scăzător} & \text{rest sau diferență} \end{array}$$

✓ Scăderea numerelor naturale are sens dacă descăzutul este mai mare sau egal cu scăzătorul.

Înmulțirea numerelor naturale

$$\begin{array}{ccc} a \cdot b & = & c \\ \text{factori} & & \text{produs} \end{array}$$

✓ $a \cdot b = b \cdot a$, oricare ar fi numerele a și b (înmulțirea este *comutativă*).

✓ $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$, oricare ar fi numerele a , b și c (înmulțirea este *asociativă*).

✓ 1 este *element neutru* la înmulțire: $a \cdot 1 = a$, oricare ar fi numărul natural a .

✓ $a \cdot 0 = 0$, oricare ar fi numărul natural a .

✓ $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ și $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$, oricare ar fi numerele a , b și c (înmulțirea este *distributivă față de adunare și față de scădere*).

Împărțirea cu rest 0 a numerelor naturale

$$\begin{array}{l} d \\ \text{deîmpărțit} \end{array} : \begin{array}{l} \hat{c} \\ \text{împărțitor} \end{array} = \begin{array}{l} c \\ \text{cât} \end{array}, \hat{r} \neq 0$$

✓ Dacă a, b, c sunt numere naturale, $c \neq 0$, avem $(a + b) : c = a : c + b : c$ și $(a - b) : c = a : c - b : c$.

✓ Împărțirea cu rest 0 nu este comutativă.

De exemplu, putem împărți $45 : 5 = 9$, dar nu putem împărți exact 5 la 45.

✓ Împărțirea nu este asociativă. Într-un exercițiu, înmulțirile și împărțirile se fac în ordinea în care se găsesc, de la stânga la dreapta.

De exemplu: $846 : 6 : 3 = 47$ și $846 : (6 : 3) = 423$.

Factor comun

Dacă termenii unei adunări sau scăderi se pot scrie ca produse de doi sau mai mulți factori, dintre care unul se repetă, atunci factorul respectiv se numește **factor comun**.

Pentru simplificarea calculelor, putem să **scoatem factor comun**:

$$a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c) \text{ și } a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c),$$

pentru orice numere naturale $a, b, c, b \geq c$.

Împărțirea cu rest a numerelor naturale

Pentru orice două numere naturale a și $b, b \neq 0$, există și sunt unice numerele naturale c și r astfel încât:

$$\begin{array}{l} a \\ \text{deîmpărțit} \end{array} = \begin{array}{l} b \\ \text{împărțitor} \end{array} \cdot \begin{array}{l} c \\ \text{cât} \end{array} + \begin{array}{l} r \\ \text{rest} \end{array}, r < b$$

Această proprietate este cunoscută sub numele de **teorema împărțirii cu rest**.

De exemplu: $358 : 5 = 71$ rest 3.

Teorema împărțirii cu rest se scrie astfel:

$$358 = 5 \cdot 71 + 3$$

$$\begin{array}{r} 358 \overline{) 5} \\ \underline{35} \\ 8 \\ \underline{5} \\ 3 \end{array}$$

Puterea cu exponent natural a unui număr natural

✓ Dacă a și n sunt numere naturale, iar $n \neq 0, n \neq 1$, atunci $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factori}}$

✓ $a^0 = 1, a^1 = a, 0^0$ nu are sens.

✓ Puterea a doua a unui număr natural se mai numește și **pătratul** celui număr.

✓ Se numește **pătrat perfect** un număr natural care este pătratul altui număr natural.

Ultima cifră a unui pătrat perfect poate fi 0, 1, 4, 5, 6, 9. Un număr natural care are ultima cifră 2, 3, 7 sau 8 nu poate fi pătrat perfect.

✓ Un număr nu este pătrat perfect dacă se poate încadra între pătratele a două numere naturale consecutive.

Reguli de calcul cu puteri

✓ Oricare ar fi numerele naturale nenule a, m și n are loc relația: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

✓ Oricare ar fi numerele naturale nenule a, m și $n, m > n$, are loc relația: $a^m : a^n = a^{m-n}$.

Pentru a înmulți/împărți două puteri care au aceeași bază, la rezultat copiem baza și adunăm/scădem exponenții.

✓ Oricare ar fi numerele naturale nenule a, m și n are loc relația: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$.

Pentru a ridică o putere la o putere, la rezultat copiem baza și înmulțim exponenții.

✓ Oricare ar fi numerele naturale nenule a, b și m are loc relația: $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$.

✓ Oricare ar fi numerele naturale nenule a, b și m , are loc relația: $a^m : b^m = (a : b)^m$.

Pentru a înmulți/împărți două puteri cu același exponent, la rezultat înmulțim/împărțim bazele și copiem exponentul.

✓ Comparăm două puteri cu baze și exponenți diferiți aducând puterile sau la aceeași bază sau la același exponent.

Scrierea numerelor naturale în baza 10.

Scrierea numerelor naturale în baza 2

Sistemul de numerație zecimal (în baza 10)

✓ Folosește 10 cifre: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

✓ Un număr de două cifre în baza 10 se scrie astfel:

$$\overline{ab}_{(10)} = a \cdot 10 + b.$$

Un număr de trei cifre în baza 10 se scrie

$$\overline{abc}_{(10)} = a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c.$$

Un număr de patru cifre în baza 10 se scrie

$$\overline{abcd}_{(10)} = a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10 + d.$$

✓ Numărul $100_{(10)}$ se citește „o sută”.

Sistemul de numerație binar (în baza 2)

✓ Folosește 2 cifre: 0, 1.

✓ Un număr de două cifre în baza 2 se scrie astfel:

$$\overline{ab}_{(2)} = a \cdot 2 + b.$$

Un număr de trei cifre în baza 2 se scrie

$$\overline{abc}_{(2)} = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c.$$

Un număr de patru cifre în baza 2 se scrie

$$\overline{abcd}_{(2)} = a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + c \cdot 2 + d.$$

✓ Numărul $100_{(2)}$ se citește „unu-zero-zero” sau „unu-zero-zero în baza 2”.

Sistemul zecimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sistemul binar	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010